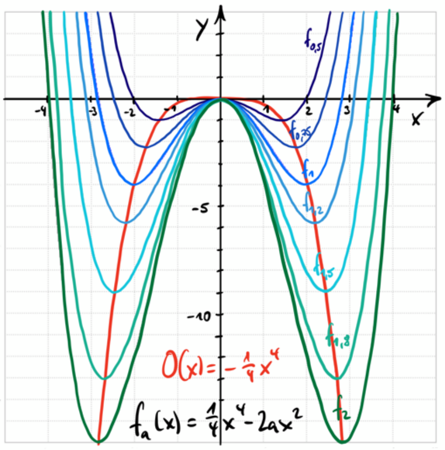
Ortskurven der HP/TP/WP aufstellen 😝

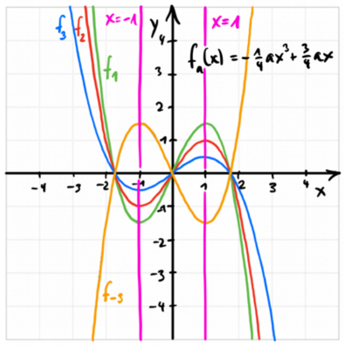
Ortskurven sind Funktionen, die nur aus besonderen Punkten bestehen: So können zum Beispiel alle Hochpunkte einer Schar zusammengenommen zu einer neuen Funktion verbunden werden. Und diese Funktion nennt man dann Ortskurve der Hochpunkte. Analog könnten wir aber auch die Tiefpunkte oder die Wendepunkte einer Schar zu einer solchen Ortskurve verbinden. Um die Funktionsvorschrift der Ortskurve aufzustellen, gehen wir nach einem „Kochrezept“ vor:

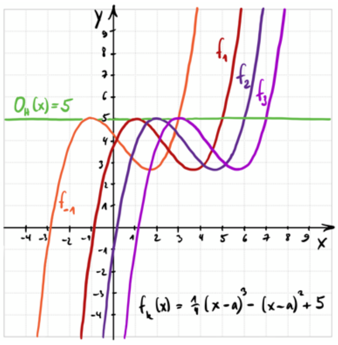


1. **HP/TP/WP in Abhängigkeit vom Parameter berechnen (je nachdem, welche Ortskurve gesucht ist!)**
2. **x-Koordinate gleich x und y-Koordinate gleich y setzen**
3. **x-Gleichung nach dem Parameter auflösen und in die y-Gleichung einsetzen**
4. **y-Gleichung so weit wie möglich vereinfachen und als Ortskurve $O(x)$ benennen**

Beispiel: Wende das Kochrezept an um die Ortskurve der TP von $f_a(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2ax^2$, $a > 0$ zu berechnen.

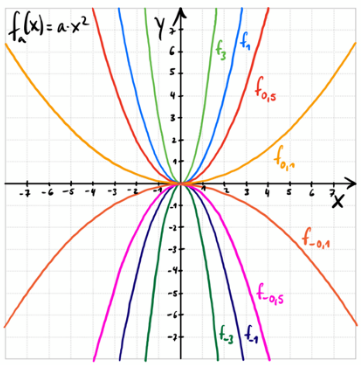
Wenn es in der x-Koordinate keinen Parameter gibt, dann ist die „Ortskurve“ der HP/TP/WP eine Parallele zur y-Achse mit der Vorschrift $x = x$-Koordinate des HP/TP/WP. Das sehen wir hier rechts im Bild: Die Ortskurven der Extrempunkte sind $x = -1$ und $x = 1$, also einfach „senkrechte Linien“. Genau genommen sind die Ortskurven damit allerdings keine Funktionen, da es bei Funktionen zu einem x-Wert immer nur höchstens einen y-Wert geben darf…





Wenn es in der y-Koordinate keinen Parameter gibt, dann ist die Ortskurve analog zur Situation oben eine Parallele zur x-Achse mit der Vorschrift $O(x) = y$-Koordinate des HP/TP/WP. So etwas sehen wir hier links im Bild, die zum Beispiel haben unabhängig vom Parameter immer die selbe y-Koordinate, nämlich 5. Die Ortskurve der HP ist damit eine „waagerechte Linie“, also eine lineare Funktion mit Steigung Null und y-Achsenabschnitt 5.

Wenn sowohl die x-Koordinate als auch die y-Koordinate keinen Parameter enthalten, dann wäre die „Ortskurve“ einfach nur ein Punkt. Das heißt es würde in dem Sinne gar keine Ortskurve geben. Ein Beispiel dafür ist die „Ortskurve“ der Extrema von $f_a(x) = a \cdot x^2$. Die besteht einfach nur aus dem Ursprung $(0|0)$.



Wir sehen also, es macht nur so richtig viel Sinn nach der Ortskurve zu fragen, wenn der Parameter sowohl in der x-Koordinate als auch in der y-Koordinate auftaucht. Und dann arbeiten wir einfach die Schritte vom Kochrezept nacheinander ab. 😎

geg.: $f_a(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2ax^2, a > 0$
ges.: Ortskurve der TP