

Aufgabe A 2.1

Die Funktion f beschreibt für $0 \leq t \leq 8$ modellhaft die Wachstumsgeschwindigkeit eines Apfelbaums, der zu Beobachtungsbeginn 0,8 m hoch ist (t in Jahren nach Beobachtungsbeginn, $f(t)$ in Meter pro Jahr).

- a) Die Abbildung in der Anlage zeigt den Graphen G_f von f .
 Bestimmen Sie die Länge des Zeitraums, in dem die Wachstumsgeschwindigkeit des Apfelbaums größer als 0,5 Meter pro Jahr ist. (1 VP)
 Bestimmen Sie die Höhe des Apfelbaums zwei Jahre nach Beobachtungsbeginn. (2 VP)

Die Wachstumsgeschwindigkeit eines Birnbaums, der zu Beobachtungsbeginn 1,2 m hoch ist, wird für $0 \leq t \leq 8$ modellhaft beschrieben durch die Funktion g mit

$$g(t) = t^2 \cdot e^{-t}$$

(t in Jahren nach Beobachtungsbeginn, $g(t)$ in Meter pro Jahr).

Für die Ableitungen der Funktion g gilt:

$$g'(t) = 2t \cdot e^{-t} - t^2 \cdot e^{-t}, \quad g''(t) = 2e^{-t} - 4t \cdot e^{-t} + t^2 \cdot e^{-t}$$

- b) Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Wachstumsgeschwindigkeit des Birnbaums am größten ist, und geben Sie diese Wachstumsgeschwindigkeit an. (2 VP)
 Begründen Sie, dass der Birnbaum ab diesem Zeitpunkt weiterhin wächst, die Wachstumsgeschwindigkeit jedoch ständig abnimmt. (2 VP)
 Formulieren Sie eine Frage im Sachzusammenhang, die auf die Gleichung $\frac{1}{5} \int_x^{x+5} g(t) dt = 0,3$ führt. (1,5 VP)

- c) Zeigen Sie, dass für $0 \leq t \leq 8$ die Funktion h mit

$$h(t) = (-t^2 - 2t - 2) \cdot e^{-t} + 3,2$$

die Höhe des Birnbaums beschreibt (t in Jahren nach Beobachtungsbeginn, $h(t)$ in Meter). (2 VP)

d) Durch die Zugabe eines Düngers wird das Wachstum von Birnbäumen beeinflusst.

Die Höhe eines gedüngten Birnbaums wird durch die Funktion k beschrieben mit

$$k(t) = -2,3 e^{-t} + 3,5$$

($t \geq 0$ in Jahren nach Beobachtungsbeginn, $k(t)$ in Meter).

Die Höhe eines ungedüngten Birnbaums wird weiterhin durch die Funktion h beschrieben. Beide Birnbäume haben zu Beobachtungsbeginn dieselbe Höhe.

Berechnen Sie den Zeitpunkt, bis zu dem die Wachstumsgeschwindigkeit des gedüngten Birnbaums größer ist als die des ungedüngten Birnbaums. (2 VP)

Untersuchen Sie rechnerisch, welcher der beiden Bäume zuerst eine Höhe von 3,1 m erreicht. (1,5 VP)

Aufgabe A 2.2

Für jedes $t > 0$ ist eine Funktion f_t gegeben durch $f_t(x) = -4x^3 + 12tx^2$.

a) Bestimmen Sie die Nullstellen von f_t . (1 VP)

Der Graph von f_t schließt mit der x -Achse eine Fläche mit dem Inhalt A_t ein.

Ermitteln Sie denjenigen Wert von t , für den $A_t = \frac{16}{3}$ gilt. (2,5 VP)

b) Für $t = \frac{2}{3}$ gibt es Tangenten an den Graphen von f_t , die den Punkt $S(3 | 0)$ enthalten.

Berechnen Sie die x -Koordinaten der zugehörigen Berührungspunkte. (2,5 VP)

Zu- und Vorname: _____

Chiffre der Schule

Chiffre des Schülers



Prüfungsfach: Mathematik (Haupttermin 2021)

Chiffre der Schule

Chiffre des Schülers

Abbildung zu Aufgabe A 2.1

