

Name: _____

Klasse: _____

Zentrale Prüfungen 2023 - Mathematik

Generalprobe für den Mittleren Schulabschluss (MSA)

Prüfungsteil I: Aufgaben ohne Hilfsmittel



Aufgabe 1: Abschätzen und vergleichen

a) Kreuze die Zahl an, die dem Ergebnis am nächsten liegt.

$$1234,56 \cdot 0,32 \approx$$

40 000

4000

400

40

b) Kreuze die Aufgabe an, die das kleinste Ergebnis hat.

$$-24 - 8 \cdot 3$$

$$(24 - 8) \cdot 3$$

$$24 - 8 - 3$$

$$-24 - (8 - 3)$$

Aufgabe 2: Größen und Einheiten

Welche Angabe passt? Kreuze an.

a) Eintrittspreis in einen Freizeitpark:

540 000 Cent

54000 Cent

5400 Cent



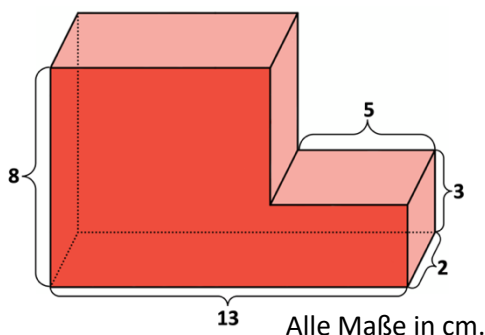
b) Länge einer 400m-Bahn:

400 000 mm

40 000 mm

400 mm

Aufgabe 3: Geometrie



Der abgebildete rote Körper ist Teil einer Kunstausstellung und wird für 1,50€ pro cm^3 verkauft.



Berechne den Verkaufspreis.

Aufgabe 4: Gleichungen und Terme

Maik und Mia spielen Zahlenrätsel mit dem Term $(x + 25) \cdot 4$.

- a) Mia setzt $x = 5$ in den Term ein. Berechne den Wert des Terms.

Maik setzt für x eine Zahl ein und erhält das Ergebnis 144. Mia möchte die Zahl herausfinden und notiert folgende Rechnung:

$$\begin{aligned} (x + 25) \cdot 4 &= 144 & | :4 \\ x + 25 &= 144 & | - 25 \\ x &= 119 \end{aligned}$$



- b) Maik bemerkt, dass die Rechnung falsch ist. Markiere den Fehler und bestimme Maiks Zahl.

Aufgabe 5: Funktionen

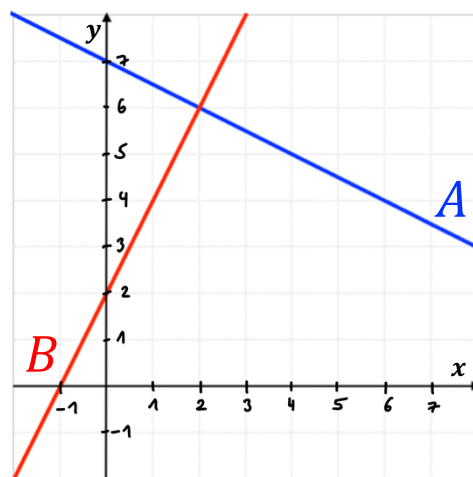
- a) Entscheide, welche Funktionsvorschrift zu Graph A gehört und kreuze an.

$y = 0,5x + 7$

$y = -0,5x + 7$

$y = 2x + 2$

$y = -2x + 2$



- b) Skizziere den Graphen einer linearen Funktion, der parallel zum Graph A verläuft und den Graphen B im Punkt $(0|2)$ schneidet. Gib auch die Funktionsvorschrift dieser linearen Funktion an: $y = \underline{\hspace{2cm}}$

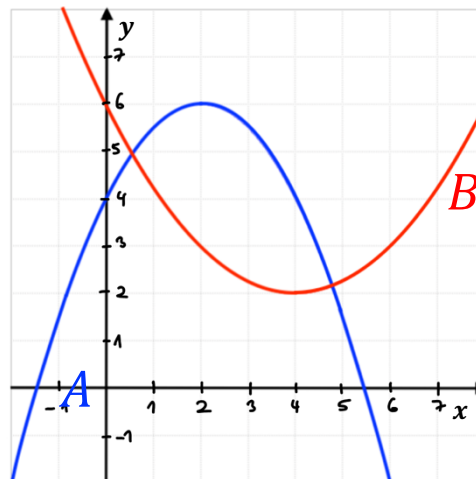


Einer der beiden Graphen gehört zu der Funktionsvorschrift $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$, der andere Graph gehört zur Funktionsvorschrift $y = \frac{1}{4}(x - 4)^2 + 2$.



c) Entscheide begründet, welcher Graph zu welcher Funktionsvorschrift gehört.

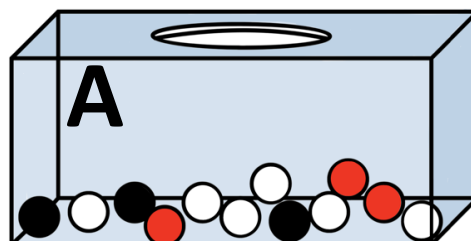
d) Zeige mit einer Rechnung, dass die Funktionsvorschrift $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 6$ denselben Graphen beschreibt wie die Funktionsvorschrift $y = \frac{1}{4}(x - 4)^2 + 2$.



Aufgabe 6: Wahrscheinlichkeiten

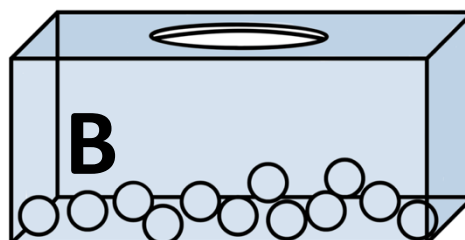
In dem abgebildeten Gefäß A befinden sich 12 Kugeln: Drei Kugeln sind rot, drei Kugeln sind schwarz und die übrigen Kugeln sind weiß.

a) Aus dem Gefäß A wird eine Kugel gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die gezogene Kugel schwarz ist. Gib deine Antwort als Bruch an und kürze diesen Bruch wenn möglich.



Auch im abgebildeten Gefäß B befinden sich 12 Kugeln.

b) Färbe so viele der Kugeln schwarz, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, zufällig eine schwarze Kugel zu ziehen, $\frac{2}{12}$ beträgt.



c) Wähle eine weitere beliebige Farbe und färbe damit so viele Kugeln, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, eine Kugel dieser Farbe zu ziehen, $\frac{1}{3}$ beträgt.

Name: _____

Klasse: _____

Prüfungsteil II: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabe 1: Abschlussfahrt zum Reschensee

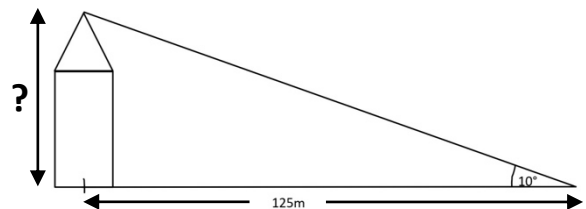
Vier Klassen fahren gemeinsam zum Reschensee auf Abschlussfahrt. Im Reschensee steht der Turm der alten Pfarrkirche von Alt-Graun (Siehe Abbildung). Teile des Kirchturms liegen unter Wasser.



Die Klassen wollen eine Bootstour auf dem Reschensee machen. Auf einem Schild steht:

„Der Mittelpunkt des Kirchturms ist von hier am Ufer aus genau 125 m entfernt. Der Winkel zwischen dem Ufer und der Kirchturmspitze beträgt 10° .“

- a) Zeige rechnerisch, dass die Kirchturmspitze etwa 22 m aus dem Wasser ragt.



Die Kirche hat eine quadratische Grundfläche mit einer Seitenlänge von 5,5 m. Der quaderförmige Hauptteil des Kirchturms hat eine Gesamthöhe von 23 m, wovon sich 6 m unter Wasser befinden.

- b) Berechne, wie viel Prozent des gesamten Kirchturmvolumens unter Wasser steht.

Das Dach des Kirchturms soll neu bedeckt werden. Die Kosten dafür belaufen sich auf 35,99 € pro m^2 Dachfläche.

- c) Zeige rechnerisch, dass die Höhe der dreieckigen Seitenfläche (s) 5,71 m beträgt.
d) Berechne den Preis, den die Stadt für das Bedecken des Dachs zahlen muss.

Für die Bootstour müssen Jugendliche 6 € und jede Lehrkraft 12 € bezahlen. Insgesamt nehmen 98 Personen an der Bootstour teil. Sie zahlen 630 € für die Bootstour.

Yasin sagt, dass man mit diesen Angaben berechnen kann, wie viele Lehrkräfte und wie viele Jugendliche an der Bootstour teilnehmen. Er stellt dafür folgende Gleichungen auf:

$$I \quad x + y = 98$$

$$II \quad 12x + 6y = 630$$

- e) Erkläre mit deinen eigenen Worten, wie Yasin auf die beiden Gleichungen gekommen ist. Wofür steht x und wofür steht y im Sachzusammenhang?
f) Löse das lineare Gleichungssystem und gib die Anzahl der Jugendlichen und die Anzahl der Lehrkräfte an, die am Bootsausflug teilnehmen.

Aufgabe 2: Das Kunstwerk in Frankfurt

Das Kunstwerk „Die Welt“ steht in Frankfurt auf dem Platz der Republik. Es ist ein aus vielen Metallstäben zusammengesetzter Torbogen, der einen parabelförmigen Durchgang bildet, wie in der Abbildung zu erkennen ist.

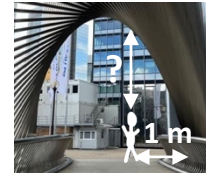
Der Parabelbogen ist am höchsten Punkt 6 m hoch und weist auf der Höhe des Fußgängerwegs eine Spannweite von 3,6 m auf. Die Maße sind im Bild eingetragen.

Der Durchgangsbogen kann mit Hilfe einer quadratischen Funktion der Form $f(x) = ax^2 + c$ beschrieben werden.



a) Zeige mit einer Rechnung, dass die Funktionsgleichung $f(x) = -\frac{50}{27}x^2 + 6$ lautet.

b) Ein 1,81 m großer Mensch steht einen Meter vom Rand des Parabelbogens entfernt auf dem Fußgängerweg. Berechne, wie groß der senkrechte Abstand zwischen Parabelbogen und Mann ist.



Auf dem Kunstwerk wurde Rost entdeckt. Die vom Rost befallene Fläche kann mit Hilfe der Funktion $g(x) = 0,3 \cdot 1,05^x$ beschrieben werden. Dabei gibt $g(x)$ die vom Rost befallene Fläche in m^2 und x die seit der Entdeckung des Rosts vergangene Zeit in Wochen an.

c) Beschreibe die Bedeutung des Wertes 1,05 im Sachzusammenhang.



Die folgende Wertetabelle zeigt die Entwicklung des Rostbefalls.

Zeit seit Entdeckung in Wochen	0	1	2	3
Größe der rostigen Fläche in m^2	0,3			

- d) Fülle die freien Felder in der Wertetabelle aus. Notiere deine Rechnung und arbeite auf zwei Nachkommastellen genau.
- e) Die Firma zur Rostentfernung möchte erst tätig werden, wenn mindestens $0,5 m^2$ von Rost befallen sind. Gib an, nach wie vielen Wochen sie dann frühestens tätig wird.
- f) Das Rostwachstum lässt sich mit der Funktionsgleichung $g(x)$ nur für einen begrenzten Zeitraum darstellen. Erkläre, warum dies so ist.

Die Firma zur Rostentfernung schickt einen Kostenvoranschlag für die Arbeiten in einem Tabellenkalkulationsprogramm.

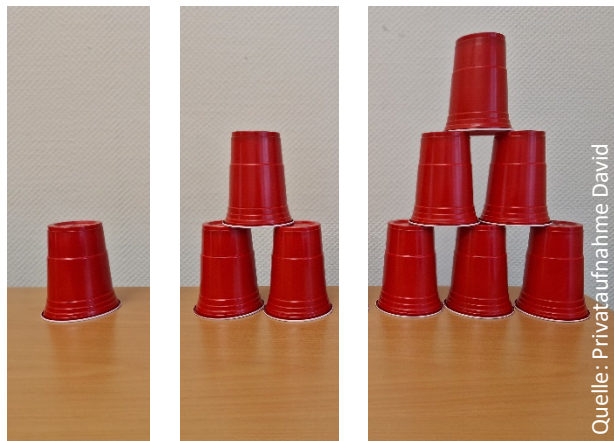
- g) Berechne den fehlenden Wert in Zelle B9.
- h) Betrachte die Zelle B6. Gib eine Formel an, mit der sich der Wert in dieser Zelle berechnen lässt.

	A	B
1		Kosten in €
2	Anfahrtskosten	67
3	Lohn pro Stunde	52
4	Anzahl Stunden	4
5		
6	Gesamtkosten ohne Mehrwertsteuer	275
7	Mehrwertsteuer (19%)	52,25
8		
9	Gesamtkosten mit Mehrwertsteuer	

Aufgabe 3: Geburtstagsparty

Sarah feiert ihren 16. Geburtstag und hat für die Getränke große rote Becher gekauft. Sie will die Becher vorher dekorativ als Pyramiden aufeinanderstapeln. Je größer die Pyramide wird, desto mehr Becher benötigt sie.

Anzahl der Stufen	Anzahl der Becher
1	1
2	3
3	
4	
5	



Sarah hat eine Tabelle erstellt, damit sie weiß, wie viele Becher sie für welche Pyramidenhöhe benötigt.



- a) Ergänze die fehlenden Zahlen in der Tabelle.

Die Anzahl der Becher bei n Stufen kann durch folgenden Term beschrieben werden:

$$\frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

- b) Auf einer Party möchten die Gäste eine Pyramide mit 8 Stufen bauen. Berechne mit Hilfe des Terms, wie viele Becher sie dafür brauchen.
- c) Jede Stufe n benötigt n mehr Becher als die vorherige Stufe. Begründe mit Hilfe der Tabelle oder mit Hilfe der Abbildungen, warum das so ist.
- d) Schätze, wie hoch die Pyramide mit 8 Stufen ist. Beschreibe dein Vorgehen.
- e) Die Anzahl der Stufen eine Pyramide kann mit den folgenden Ausdrücken berechnet werden. Zeige durch Umformung, dass diese Ausdrücke gleichwertig sind.

$$(1) \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$(2) 0,5n^2 + 0,5n$$

- f) Sarah hat insgesamt 100 Becher. Sie will vor der Party die Becher in einer möglichst großen Pyramide stapeln. Gib an, wie viele Stufen diese Pyramide hat. Wie viele Becher fehlen ihr zur nächsten Stufe?